DHBW
Duale Hochschule
Baden-Württemberg
Stuttgart

Themen:

Mehrfachintegrale – Doppelintegrale

Aufgabe A1:

Bestimmen Sie die Werte der folgenden Doppelintegrale:

a) $I = \int\limits_{x=1}^{3} \int\limits_{y=0}^{\pi x/2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) dy dx = ...$

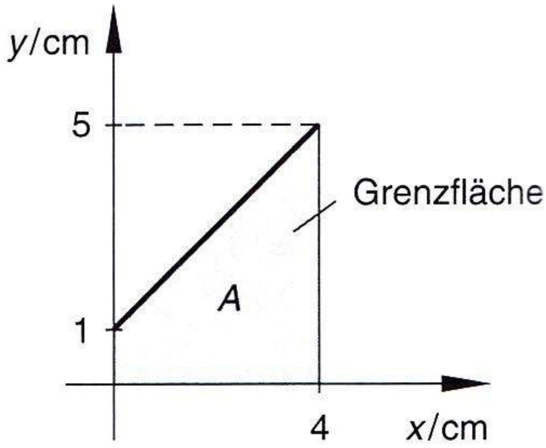
b) $I = \int\limits_{u=1}^{\infty} \int\limits_{v=-1}^{1} (u - v) \cdot e^{-u} dv du = ...$

c) $I = \int\limits_{y=0}^{1} \int\limits_{x=0}^{y^2} e^{\frac{x}{y}} dx dy = ...$

Aufgabe A2:

Die in Figur 1 skizzierte trapezförmige Grenzfläche A zweier dielektrischer Medien enthält die ortsabhängige Oberflächenladung $\sigma(x, y) = k \cdot x^2 y$ mit $k = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ As/cm^5. Berechnen Sie die Gesamtladung Q auf der Grenzfläche nach der Formel

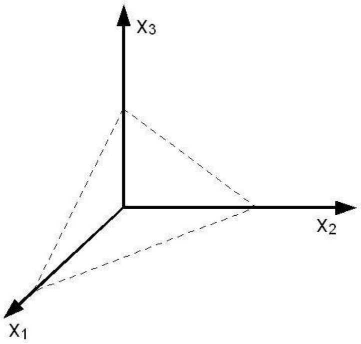
$$Q = \iint\limits_{(A)} \sigma(x, y) dA .$$



Figur 1: Trapezförmige Grenzfläche.

Aufgabe A3:

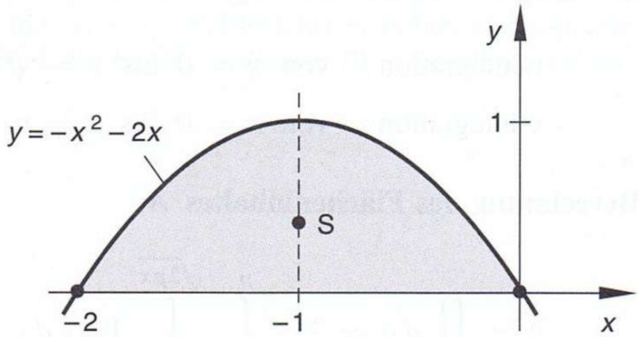
Berechnen Sie mit Hilfe der Integralrechnung das Volumen der Dreieckspyramide, die durch die Koordinatenachsen im kartesischen Koordinatensystem und die Ebene mit der Koordinatengleichung $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12$ im ersten Oktanten begrenzt wird.



Figur 2: Skizze der gesuchten Dreieckspyramide.

Aufgabe A4:

Bestimmen Sie den Schwerpunkt S der zwischen der Parabel $y = -x^2 - 2x$ und der x-Achse gelegenen Fläche.



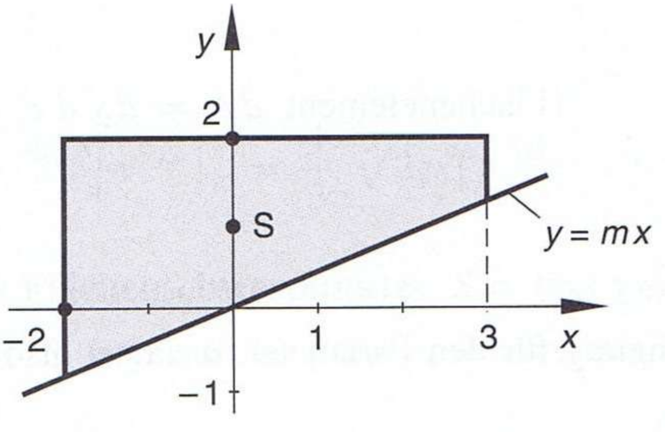
Figur 3: Parabel und Schwerpunkt.

Aufgabe A5:

Die in Abbildung 3 skizzierte trapezförmige Fläche wird von unten von der Geraden $y = mx$ berandet.

a) Wie muss man die Steigung m wählen, damit der Flächenschwerpunkt S auf der y-Achse liegt?

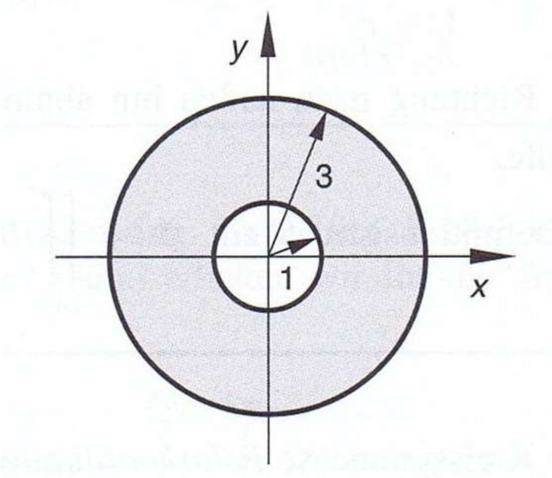
b) Bestimmen Sie die genaue Position des Schwerpunktes.



Figur 4: Schwerpunktanpassung.

Aufgabe A6:

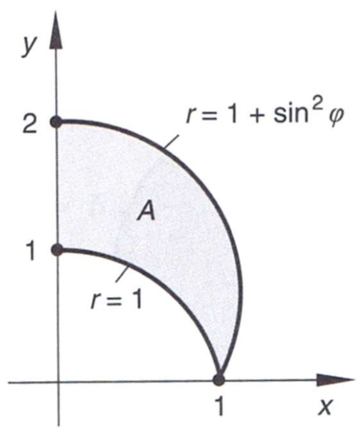
Berechnen Sie $I = \iint\limits_{(A)} \left(3 \cdot \sqrt{x^2 + y^2} + 4\right) dA$. Die Fläche ist in Figur 5 abgebildet.



Figur 5: Fläche für Aufgabe 6.

Aufgabe A7:

Berechnen Sie den Flächeninhalt A des im ersten Quadranten gelegenen Flächenstücks, das durch die Kurve $r = 1 + \sin^2 \varphi$ und den Einheitskreis berandet wird (r, φ sind Polarkoordinaten, Figur 6 zeigt die Fläche).



Figur 6: Fläche zu Aufgabe 7.